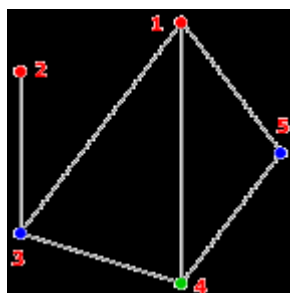


TD/TP : Problème de coloration *

Rappels sur la notion de coloration de sommets :



Soit $G = (V, E)$ un graphe non orienté. Un sous-ensemble S de V est un stable s'il ne comprend que des sommets non adjacents deux à deux. Le cardinal du plus grand stable est le **nombre de stabilité** de G ; on le note $\alpha(G)$.

La coloration des sommets d'un graphe consiste à affecter à tous les sommets de ce graphe une couleur de telle sorte que deux sommets adjacents ne portent pas la même couleur. Une coloration avec k couleurs est donc une partition de l'ensemble des sommets en k stables. Le **nombre chromatique** du graphe G , noté $\chi(G)$, est le plus petit entier k pour lequel il existe une partition de V en k sous-ensembles stables.

Sur le graphe ci-dessus, trois couleurs sont nécessaires pour colorier les sommets de sorte que deux sommets adjacents ont des couleurs différentes. On a donc trois stables: $\{1, 2\}$ (couleur rouge), $\{3, 5\}$ (couleur bleue) et $\{4\}$ (couleur verte). On ne peut pas utiliser moins de couleurs, à cause des cliques 1-4-5 et 1-3-4.

Remarque: le sommet 2 aurait pu aussi être vert. La coloration minimale n'est donc pas forcément unique.

Exercice 1

Sept élèves, désignés par A, B, C, D, E, F et G, se sont rendus à la bibliothèque aujourd'hui. Le tableau suivant précise «qui a rencontré qui» (la bibliothèque étant petite, deux élèves présents au même moment se rencontrent nécessairement...).

l'élève	A	B	C	D	E	F	G
a rencontré	D,E	D,E,F,G	E,G	A,B,E	A,B,C,D,F,G	B,E,G	B,C,E,F

De combien de places assises doit disposer la bibliothèque pour que chacun ait pu travailler correctement au cours de cette journée?

Exercice 2

A, B, C, D, E, F, G et H désignent huit poissons. Dans le tableau ci-dessous, une croix signifie que les poissons ne peuvent pas cohabiter dans un même aquarium:

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		x	x	x			x	x
B	x				x	x	x	
C	x			x		x	x	x
D	x		x		x			x
E		x		x		x	x	
F		x	x		x			
G	x	x	x		x			
H	x		x	x				

Quel nombre minimum d'aquariums faut-il?

Exercice 3

Un lycée doit organiser les horaires des examens. On suppose qu'il y a 7 épreuves à planifier, correspondant aux cours numérotés de 1 à 7 et que les paires de cours suivantes ont des étudiants communs: 1 et 2, 1 et 3, 1 et 4, 1 et 7, 2 et 3, 2 et 4, 2 et 5, 2 et 7, 3 et 4, 3 et 6, 3 et 7, 4 et 5, 4 et 6, 5 et 6, 5 et 7 et enfin 6 et 7. Comment organiser ces épreuves de façon qu'aucun étudiant n'ait à passer deux épreuves en même temps et cela sur une durée minimale?

Exercice 4

Sept agences de voyage romaines proposent des visites de monuments et lieux touristiques: le Colisée, le Forum romain, le musée du Vatican et les thermes de Caracalas. Un même lieu ne peut être visité par plusieurs groupes de compagnies différentes le même jour. La première Compagnie fait visiter uniquement le Colisée; la seconde le Colisée et le musée du Vatican; la troisième les thermes de Caracalas; la quatrième le musée du Vatican et les thermes de Caracalas; la cinquième le Colisée et le Forum romain; la sixième le Forum romain et les thermes de Caracalas; la septième le musée du Vatican et le forum romain. Ces agences peuvent-elles organiser les visites sur les trois premiers jours de la semaine?